Aufgabe 23. Sei $n \geq 1$. Zeigen Sie:

(a) Für jeden k-Zyklus $\tau = (i_1\, i_2\, \dots\, i_k) \in S_n$ (mit $k \geq 1$) und alle $1 \leq m \leq k$ gilt

$$\tau = (i_1\, i_2\, \dots i_m)(i_m\, i_{m+1}\, \dots\, i_k).$$

(b) Jede Permutation $\sigma \in S_n$ ist ein Produkt von Transpositionen (eine Transposition ist ein 2-Zyklus).

Aufgabe 24. Stellen Sie die folgenden Permutation (i) als paarweise disjunkte Produkte von Zyklen, bzw. (ii) als Produkte von Transpositionen dar.

(a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 2 & 9 & 8 & 3 & 4 & 7 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

(b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 7 & 12 & 9 & 10 & 11 & 6 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

(c) $(1\,2\,3\,\dots n) \in S_n$ für $n \geq 2$.

Aufgabe 25. Lesen Sie im Buch *Diskrete Strukturen Band 1: Kombinatorik, Graphentheorie, Algebra* von Angelika Steger [1] den Abschnitt 1.3.4 über Zahlpartitionen (S.36–37). Erklären Sie den Beweis von Satz 1.27 (Rekursionsformel für ungeordnete Zahlpartitionen der Länge k).

[1] Online-Zugriff über Campus bzw. Uni-VPN: `https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-540-46664-2`