Aufgabe 9. Zeigen Sie, dass für alle Mengen A und B gilt

$$(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B).$$

Aufgabe 10. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass folgende Summenformel für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt.

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{k}{3^k} = \frac{3}{4} - \frac{2n+3}{4 \cdot 3^n}$$

Aufgabe 11. Sei $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$\prod_{i=0}^{n} (1 + x^{2^i}) = \frac{1 - x^{2^{n+1}}}{1 - x}.$$

Bemerkung: Das Produktsymbol $\prod$ wird analog zum Summensymbol $\sum$ definiert. Es ist

$$\prod_{i=0}^{n} (1 + x^{2^i}) = (1 + x)(1 + x^2) \cdots (1 + x^{2^{n-1}})(1 + x^{2^n}).$$

Eine Diskussion dieser Notation finden Sie in [S-S, Kapitel 2.3].

Aufgabe 12. Für welche $n \in \mathbb{N}_0$ gilt $2^n > n^2$? Stellen Sie durch Ausprobieren eine Vermutung auf und beweisen Sie diese mittels vollständiger Induktion.