Aufgabe 5. Es sei $A = \{\emptyset, \{2,3\}, 1, \{1\}, \{\emptyset\}\}$ und $B = \{2, 3, \{1\}\}$.

(a) Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

$\emptyset \subseteq A$	$\emptyset \subseteq B$	$\emptyset \in A$	$\emptyset \in B$
$1 \subseteq A$	$1 \subseteq B$	$1 \in A$	$1 \in B$
$\{1\} \subseteq A$	$\{1\} \subseteq B$	$\{1\} \in A$	$\{1\} \in B$
$\{2,3\} \subseteq A$	$\{2,3\} \subseteq B$	$\{2,3\} \in A$	$\{2,3\} \in B$

(b) Bestimmen Sie $A \cap B$ und $A \triangle B$.

Aufgabe 6. Es seien A, B, C Mengen. Beweisen Sie:

(a) Aus $A \subseteq B$ und $B \subseteq C$ folgt $A \subseteq C$.

(b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(c) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

Aufgabe 7. Es seien $M = \{\{a\}, \{a, b\}\}$ und $N = \{\{c\}, \{c, d\}\}$ zwei Mengen, wobei a, b, c, d beliebige Objekte sind. Zeigen Sie, dass $M = N$ äquivalent ist zu $a = c$ und $b = d$.

Aufgabe 8. Für eine Menge M ist die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ definiert als

$$\mathcal{P}(M) = \{ N : N \subseteq M \}.$$

D.h., die Elemente von $\mathcal{P}(M)$ sind genau die Teilmengen von M.

Beweisen oder widerlegen Sie: Für zwei Mengen M, N gilt $M = N$ genau dann, wenn $\mathcal{P}(M) = \mathcal{P}(N)$.