

Auf die folgenden vier Aufgaben sind jeweils 3 Punkte zu erreichen. Die Klausur ist positiv, wenn insgesamt zumindest 6 Punkte erreicht werden.

**Notieren Sie auf jedem abgegebenen Blatt Ihren Namen.**

**Lösen Sie jede Aufgabe auf einem eigenen Blatt.**

Arbeitszeit: 90 Minuten.

**Name:** .....

**Matrikelnr.:** .....

**Gruppe (ankreuzen):**     1/McMahon     2/Smertnig     3/Baur

1. Bestimmen Sie  $x, y \in \mathbb{Z}$  mit  $\text{ggT}(221, 323) = 221x + 323y$ .

2. Finden Sie die kleinste Zahl  $x \in \mathbb{N}_0$  mit den Eigenschaften

$$3x \equiv 1 \pmod{5} \quad \text{und} \quad x \equiv 1 \pmod{11}.$$

3. Bestimmen Sie Vorperiodenlänge und Periodenlänge der Dezimaldarstellung von

$$\frac{121}{540}.$$

4. Zeigen Sie: Für  $p \in \mathbb{P}$  und  $k \in [1, p-1]$  gilt

$$\binom{p-1}{k} \equiv (-1)^k \pmod{p}.$$

Geben Sie an, an welcher Stelle Sie die Eigenschaft  $p \in \mathbb{P}$  verwenden!

(Hinweis: Betrachten Sie  $k! \binom{p-1}{k}$  modulo  $p$ .)