

Tr 1. Finden Sie $a, b, c \in \mathbb{Z}$ mit $a \mid c$ und $b \mid c$ aber $ab \nmid c$.

Tr 2. Geben Sie einen Beweis für Satz 1.10(4) mittels Induktion nach n .

Ü 1. Seien $a, b \in \mathbb{Z}$ und $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie: Aus $a^n \mid b^n$ folgt $a \mid b$.
(Hinweis: Schreiben Sie $a = a_0d$ und $b = b_0d$ mit $d = \text{ggT}(a, b)$ und $a_0, b_0 \in \mathbb{Z}$.)

Ü 2. Bestimmen Sie jeweils ggT und kgV für folgende Zahlentupel:

$$(34, 62)$$

$$(132, 77)$$

$$(182, 260, 117).$$

Tr 3. Implementieren Sie den euklidischen Algorithmus in einer Programmiersprache Ihrer Wahl. Als mögliche Erweiterung können Sie auch $\text{ggT}(a, b)$ als Linearkombination von a und b ausdrücken und ggT und kgV für mehr als zwei Zahlen berechnen.

Tr 4. Finden Sie $a, b, c \in \mathbb{Z}$ mit $\text{ggT}(a, b, c) \text{ kgV}(a, b, c) \neq |abc|$. (Vergleiche mit Satz 1.11.)

Für die folgenden Aufgaben ist Stoff aus der Vorlesungseinheit vom 25.10. hilfreich (insbesondere Sätze 1.16, 1.18 und 1.21).

Ü 3. Bestimmen Sie für folgende Zahlenpaare (a, b) den ggT und finden Sie jeweils $x, y \in \mathbb{Z}$ mit $\text{ggT}(a, b) = ax + by$.

$$(195, 117)$$

$$(1437, 1602).$$

Ü 4. Bestimmen Sie $x, y, z \in \mathbb{Z}$ für die gilt

$$\text{ggT}(216, 132, 189) = 216x + 132y + 189z.$$

Ü 5. Ein kleines Modegeschäft verkauft Sweater um € 50, Jeans um € 120 und T-Shirts um € 25. An einem Tag werden 100 Kleidungsstücke verkauft und der Tagesumsatz beträgt € 4000. Wie viele Sweater, Jeans und Jacken wurden an diesem Tag verkauft, wenn von jedem Typ zumindest ein Kleidungsstück verkauft wurde? (Die Lösung ist nicht eindeutig; bestimmen Sie *alle* Möglichkeiten!)

Ü 6. Bestimmen Sie alle rationalen Nullstellen des Polynoms

$$6X^3 - 11X^2 - 3X + 2.$$