1. Es seien p, q und r Aussagen. Beweisen Sie mittels einer Wahrheitstafel das Distributivgesetz

$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r).$$

2. Formalisieren Sie die folgenden umgangssprachlich formulierten Verknüpfungen der Aussagen p, q und r im aussagenlogischen Kalkül. Bilden Sie außerdem die Negation jeder der Aussagen.

(a) „Unter der Bedingung, dass p oder q zutrifft, schließen wir, dass r keinesfalls gelten kann."

(b) „Es ist notwendig für r, dass sowohl p als auch q gelten."

(c) „p oder q gilt, aber p und q schließen einander aus."

3. Herr Vielreiser hat sich im Sommer 1980 ein Eurail Ticket für den August gekauft und ist auf große Reise gegangen. Da bei seinem Wohnungsumzug sein Fotoalbum verloren gegangen ist, versucht er sich zu erinnern, welche der Städte Paris, Madrid, Rom er damals besucht hat. Er weiß:

- War er nicht in Madrid, dann war er in Paris und in Rom.
- War er in Paris, dann war er nicht in Madrid und nicht in Rom.
- Wenn er nicht in Paris war, dann war er auch nicht in Rom.

Verwenden Sie für die Aussagen passende Abkürzungen und helfen Sie Herrn Vielreiser, indem Sie für ihn herausfinden welche Städte bzw. welche Stadt er 1980 besucht hat.

4. X sei eine Menge. Formalisieren Sie die folgenden umgangssprachlich formulierten Verknüpfungen der Aussageformen $p(x)$, $q(x)$, $r(x)$ und $s(x, y)$ mit Hilfe von Quantoren. Bilden Sie außerdem die Negation jeder der Aussagen.

(a) „Für alle Elemente x der Menge X für die $p(x)$ gilt, gilt auch $q(x)$ oder $r(x)$."

(b) „Für alle x in X gibt es ein y in X, sodass $s(x, y)$ gilt."

(c) „Falls $p(x)$ nicht für alle x in X falsch ist, so ist $q(y)$ für zumindest ein $y \in X$ wahr."

5. Beweisen Sie auf drei verschieden Arten (direkt, indirekt, durch Widerspruch)

$$\forall x \in \mathbb{R}: \quad x^3 + 2x > 0 \;\Rightarrow\; x > 0.$$