

Aufgabe 46. Bestimmen Sie jeweils alle Lösungen der folgenden Kongruenzen.

(a) $x^2 + x + \bar{1} = \bar{0}$ in $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$.

(b) $x^2 + \bar{3}x + \bar{1} = \bar{0}$ in $\mathbb{Z}/17\mathbb{Z}$.

Aufgabe 47. Bestimmen Sie alle Lösungen von $\bar{3}x^2 + \bar{5}x + \bar{2} = \bar{0}$ in $\mathbb{Z}/35\mathbb{Z}$.

Aufgabe 48. Sei $n \in \mathbb{N}$. Eine Restklasse $a \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ heißt *Nullteiler* wenn es eine Restklasse $b \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \setminus \{\bar{0}\}$ gibt, so dass gilt $ab = \bar{0}$.

Beweisen Sie: $a \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ ist genau dann ein Nullteiler, wenn a keine Einheit ist.

Aufgabe 49. Ein Problem aus dem alten China: Eine Bande von 19 Piraten hat einen Sack mit Münzen erbeutet. Bei dem Versuch, das Beuteglück gleichmäßig aufzuteilen, bleiben vier Münzen übrig. Bei dem Streit darüber, wer diese vier Münzen erhalten soll, wird ein Pirat getötet. Der Reichtum wird neu verteilt, doch diesmal bleiben 12 Münzen zurück. Es entbrennt abermals ein Streit, und wieder bleibt dabei ein Pirat auf der Strecke. Nun aber kann das Beutegut endlich gerecht verteilt werden. Wie groß war die kleinstmögliche Anzahl von Münzen, die erbeutet wurde?