Wir besprechen eine Auswahl der offenen Aufgaben von Blatt 8 und der folgenden Aufgaben.

Aufgabe 28. Sei $a \in \mathbb{N}$ mit g-adischer Zifferndarstellung $a = (a_k \dots a_1 a_0)_g$. Die ($g$-adische) *Ziffernsumme* von a ist $s(a) := a_k + \cdots + a_1 + a_0 = \sum_{i=0}^k a_i$, die *alternierende* ($g$-*adische*) *Ziffernsumme* ist $s'(a) := a_0 - a_1 + \cdots \pm a_k = \sum_{i=0}^k (-1)^i a_i$. Zeigen Sie:

(a) Ist d ein Teiler von $g-1$, so gilt $d \mid a \Leftrightarrow d \mid s(a)$.

(b) Ist d ein Teiler von $g+1$, so gilt $d \mid a \Leftrightarrow d \mid s'(a)$.

(c) Ist d ein Teiler von g^l für ein $l \geq 0$, so gilt $d \mid a \Leftrightarrow d \mid \sum_{i=0}^l a_i g^i$.

(Hinweis: Kongruenzrechnung modulo d.)

Aufgabe 29. Bestimmen Sie im Dezimalsystem die Vorperioden- und Periodenlängen der Brüche $\frac{13}{18}$ und $\frac{19}{1040}$, ohne die Ziffern zu berechnen.

Aufgabe 30. Finden Sie eine rationale Zahl x und drei Grundzahlen $g_1, g_2, g_3 \geq 2$, so dass die folgenden Eigenschaften gleichzeitig erfüllt sind:

- Die g_1-adische Darstellung von x ist periodisch mit Periodenlänge 1 (aber nicht abbrechend).
- Die g_2-adische Darstellung von x ist periodisch mit Periodenlänge 4.
- Die g_3-adische Darstellung von x ist abbrechend.

Aufgabe 31. Seien $b, g \in \mathbb{N}_{\geq 2}$. Beweisen Sie: Hat $\frac{1}{b}$ die g-adische Periodenlänge $b-1$, so ist b eine Primzahl.