Wir besprechen Aufgabe 18. Weiters eine Auswahl der folgenden Aufgaben:

Aufgabe 20. Für $n \in \mathbb{H}^0 \setminus \{0\}$ sei $S_n \colon \mathbb{H}^0 \to \mathbb{H}^0$ definiert durch $v \mapsto n^{-1}\overline{v}n = -n^{-1}vn$. Zeigen Sie, dass diese Abbildung eine Spiegelung um die Ebene $\{\, x \in \mathbb{H}^0 : nx = 0 \,\}$ darstellt.

Aufgabe 21. Für $u \in \mathbb{R}^3 \cong \mathbb{H}^0$ mit $||u|| = 1$ und einen Winkel α sei $D_{u,\alpha} \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ die Drehung um den Winkel α um die Achse u (im mathematisch positiven Sinn, d.h., gegen den Uhrzeigersinn). Beweisen Sie die *Rodrigues-Formel*:

$$D_{u,\alpha}(v) = \cos(\alpha)v + \sin(\alpha)(u \times v) + (1 - \cos(\alpha))\langle u, v\rangle u \qquad \text{für alle } v \in \mathbb{R}^3.$$

Aufgabe 22. Zeigen Sie: Zu jeder Matrix $A \in \mathrm{SO}_3$ gibt es eine Matrix $S \in \mathrm{SO}_3$ und einen Winkel $\alpha \in [0, 2\pi)$, derart, dass

$$S^T A S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}.$$

(*Hinweis*: A besitzt einen reellen Eigenwert. Ergänzen Sie einen (normierten) Eigenvektor zu einer Orthonormalbasis von $\mathbb{R}^3$.)